

Récréations scientifiques

par Jean Moreau de Saint-Martin (X56)
jmsm56@melix.net

1. OÙ VA LA PERLE ?

Une boucle circulaire (rayon R) de fil de fer tourne à la vitesse constante ω autour de son diamètre vertical Oy . Une perle (masse m) y est enfilée, sans frottement. Déterminer ses positions d'équilibre et leurs stabilités.

2. CARRÉS À RALLONGE

a/ On considère la suite 49, 4489, 444889, ..., où chaque terme est obtenu en insérant 48 au milieu du précédent. Montrer que tous les termes sont des carrés, et déterminer la suite des racines de ces carrés.

b/ Si N s'écrit avec m chiffres 9, quelle est la somme des chiffres de son carré ?

3. SOLUTION UNIQUE

Pour $a < 1$, la fonction a^x est décroissante, ce qui garantit que l'équation $a^x = x$ a une solution unique. Existe-t-il une valeur de $a > 1$ telle que l'équation $a^x = x$ ait une solution unique ?



Sans filtre

Réalisateur : Ruben Östlund - 2 h 29

Pourquoi ce titre français insipide ? On remarque Charlbi Dean Kriek, éclatante de beauté au long du film et morte brutalement à New York le 29 août dernier, à 32 ans. Et le film, lui ? Passionnant serait trop, intéressant pas assez, riche certainement, dans le balayage de nombreux thèmes (sans véritable originalité toutefois) présentés avec un souci quasi pédagogique, brassant la lutte des classes, l'inconscience des privilégiés, la prise de pouvoir des dominés rendus par les circonstances dominants, l'amour peut-être, en trois chapitres : du sérieux réfléchi, puis du burlesque, puis une gravité un peu tiède... Palme d'or, Cannes 2022 ? Il faut aller se faire sa religion. ✕

Nombres croisés

www.fortissimots.com

GRILLE N° 2

	1	2	3	4	5	6
I					■	
II			■			
III				■	■	■
IV		■				
V	■					
VI				■		

HORIZONTALEMENT

I. Une année révolutionnaire. **II.** Un département bien connu des rappers français. Début du règne de la dynastie capétienne. **III.** Début de l'Hégire, point de départ du calendrier musulman. **IV.** En mètres, la longueur d'un mille nautique. **V.** En lieues, la longueur d'un voyage sous-marin. **VI.** Multiple de 11. Quelques années de mariage pour des noces de saphir.

VERTICALEMENT

1. Une année importante pour la décolonisation. **2.** Charles Martel stoppe les Maures à Poitiers. Un chiffre qui rappelle les flics. **3.** Le vrai début du ^{xxii} siècle. **4.** Presque cent. L'âge limite des cardinaux pour voter lors d'une élection papale dans un conclave. **5.** Un nombre fétiche pour une paire de jean's. **6.** C'est l'Eure. Un petit modèle de la gamme Peugeot.

Bridge

par Gaston Méjane (X62)

Une donne de la dn1/4, vous jouez 6♣ en Sud.

Nord	
♠	A V 4
♥	A V 7 6 4 2
♦	A
♣	R 10 6

Sud	
♠	D 8 6 3
♥	10
♦	R 8 2
♣	A D V 9 2

Les enchères se déroulent dans le silence des adversaires :

	S	N
	1♣	1♥
	1♠	2♦
	3♣	4♦ (bw à ♣)
	4♠ (30 41)	4SA
	5♦ (D♣ et R♦)	6♣

Quest entame du 9♠.
Quel est votre plan de jeu ?

🔍 Retrouvez les solutions des **Nombres croisés**, du **Bridge** et des **Récréations scientifiques** en page 82 et sur lajauneetlarouge.com/779

Solutions des récréations scientifiques

1. OÙ VA LA PERLE ?

Soit a l'arc séparant la perle du point bas du cercle. Sur la tangente au cercle, le poids de la perle a une composante $mg \sin a$ tendant à réduire a ; la force centrifuge a une composante $m\omega^2 R \sin a \cos a$ tendant à éloigner la perle de Oy . D'où le bilan $m \sin a (g - R\omega^2 \cos a)$ vers le bas.

Sont ainsi des positions d'équilibre : le point bas ($a = 0$), le point haut ($a = \pi$), et, si $\omega > \sqrt{g/R}$, le point $a = \arccos(g/R\omega^2)$.

Stabilité : le bilan des forces au voisinage des positions d'équilibre montre que le point haut est instable ; le point intermédiaire, quand il existe, est stable ; le point bas est instable si $\omega > \sqrt{g/R}$, stable sinon.

2. CARRÉS À RALLONGE, PROPOSÉ

PAR D. INDJOUDJIAN (X41)

a/ Le nombre de $2n$ chiffres : n chiffres 4, $n - 1$ chiffres 8 et un chiffre 9, est le quotient par 9 du nombre écrit avec les chiffres 4, 4 et 1, séparés par deux blocs de $n - 1$ zéros. Ce dernier est le carré du nombre $2 \cdot 10^n + 1$. Le nombre initial est donc le carré du nombre $(2 \cdot 10^n + 1) / 3$, qui s'écrit avec un chiffre 7 précédé par $n - 1$ chiffres 6.

b/ $N = 10^m - 1$ a pour carré $N^2 = 10^{2m} - 2 \cdot 10^m + 1$, qui s'écrit avec $m - 1$ chiffres 9, un chiffre 8, $m - 1$ zéros et un chiffre 1. La somme des chiffres de N^2 est $9m$, comme la somme des chiffres de N .

De manière analogue, on trouve $18m$ pour somme des chiffres de N^3 , de même que pour la somme des chiffres de N^4 .

3. SOLUTION UNIQUE

Pour $a > 1$, la fonction $y = a^x$ est croissante, de pente $a^x \ln a$.

Coupons la courbe par la droite $y = x$, le point d'intersection est unique si cette droite est tangente, d'où l'égalité des pentes $a^x / x = a^x \ln a = 1$, puis $\ln a^x = x \ln a = 1$, $x = a^x = e^{x \ln a} = e$, $\ln a = 1/x = 1/e$, $a = e^{1/e} = 1,44466786\dots$

POST-SCRIPTUM À « BICOLORATION »

(LA JAUNE ET LA ROUGE DE MAI 2022)

Avec $ABCDEFGH$ heptagone rouge, de même que les diagonales AE, BG, CF , les 11 autres diagonales étant jaunes, il y a seulement 3 triangles unicolores : ABG rouge, BDF et CEG jaunes.

POST-SCRIPTUM À « CENTRES ET BARYCENTRE »

(LA JAUNE ET LA ROUGE D'OCTOBRE 2022)

Par inadvertance, j'ai repris le mois dernier ce problème déjà proposé en février 2013. Néanmoins vous y trouvez une preuve différent de celles données en 2013, accessibles sous la référence D10442 sur le site *diophante.fr* de notre camarade Philippe Fondanaiche (X63).

Solution du bridge

On prend de l'A (le R♠ est en Est). On joue A♦, puis atout pour le 9, R♦ et ♦ coupé du 10 et R♣ pour l'A et ♣ (les atouts sont 3/2 avec 2 en Est).

Vous jouez ♥ pour l'A et Ouest défause donc Est est 2632, le R♠ est second donc 4♠ du mort.

Résultat : 6♣ = .

Ouest					Est						
♠	10	9	7	5	♠	R	2				
♥					♥	R	D	9	8	5	3
♦	D	10	9	6	4	3	♦	V	7	5	
♣	7	4	3			♣	8	5			

Nombres croisés

	1	2	3	4	5	6
I	1	7	8	9		2
II	9	3		9	8	7
III	6	2	2			
IV	0		1	8	5	2
V		2	0	0	0	0
VI	1	2	1		1	6

HORIZONTALEMENT

I. 1789. II. 93. 987. III. 622. IV. 1852. V. 20 000. VI. 121. 16.

VERTICALEMENT

1. 1960. 2. 732. 22. 3. 2 101. 4. 99. 80. 5. 501. 6. 27. 206.