Bridge

par Gaston Méjane (X62)

Ce mois-ci un problème d'enchères de l'entraînement national, votre jeu :

Nord	
♠	V 8 3
♥	A R 9 7
♦	D
♣	R D V 6 2

Sud 1♣, Ouest 1♦, Nord 1♥, Sud 1♠, vous dites 3♣ forcing et Sud 4♣. Ensuite ?

Récréations scientifiques

par Jean Moreau de Saint-Martin (X56)
jmsm56@melix.net

1. PUISSANCES ANGLAISES

On définit une suite d'entiers par $t_0 = 3$, $t_{n+1} = 3^{t_n}$ (3 élevé à la puissance t_n).
a/ Quels sont les deux derniers chiffres de t_3 (en écriture décimale) ? Ses trois derniers chiffres ?
b/ Montrez que pour $k \geq 10$, les t_k ont les mêmes dix derniers chiffres.

2. CENTRES ET BARYCENTRE

Quel est l'isobarycentre des quatre centres des cercles inscrit et exinscrits d'un triangle ?

3. PROGRESSION RATIONNELLE

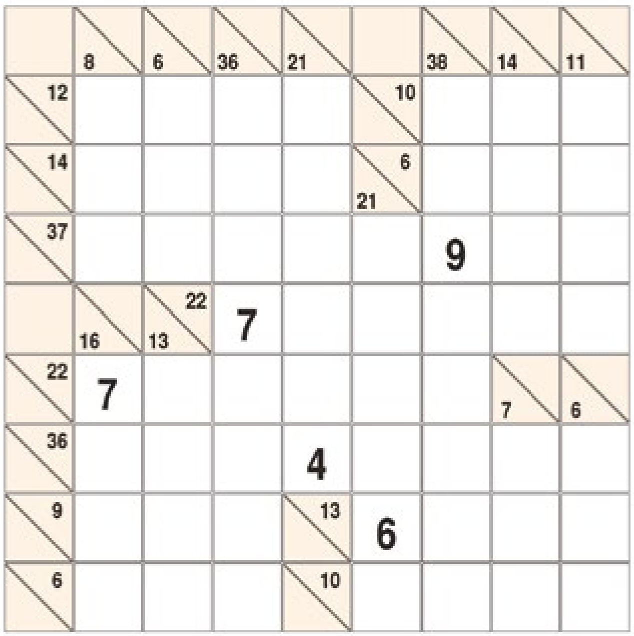
q est un nombre réel, et il existe 3 entiers positifs distincts tels que $q + a$, $q + b$, $q + c$ forment une progression géométrique.
Montrez que q est rationnel.

Kakuro

www.fortissimots.com

GRILLE N° 20 - DIFFICILE

Complétez les cases de la grille de Kakuro avec des chiffres de 1 à 9, sans aucune répétition dans une série de cases consécutives, afin que la somme de chaque ligne et colonne soit celle indiquée.

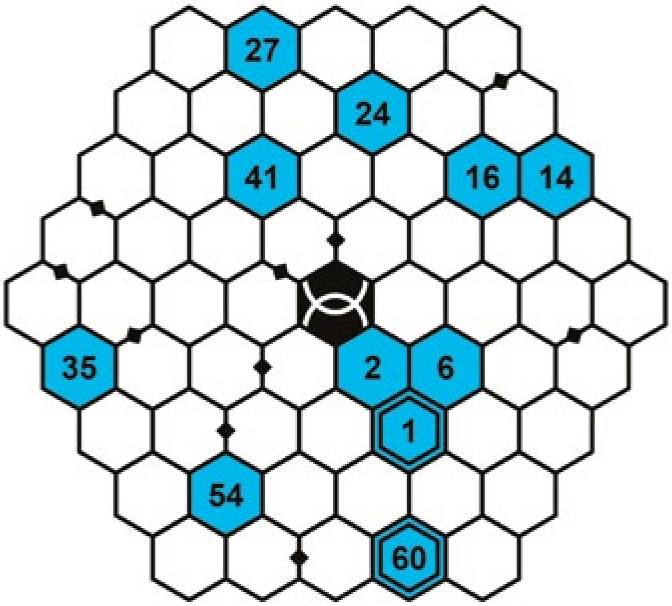


Rikudo

www.rikudo.fr

GRILLE N° 13 - DIFFICILE

Complétez la grille avec les nombres du 1 au dernier nombre de manière à former un chemin de nombres consécutifs.
Le signe ◆ indique que deux cases voisines contiennent des nombres consécutifs.



Retrouvez les solutions des **Grilles**, du **Bridge** et des **Récréations scientifiques** en page **98** et sur **lajauneetlarouge.com/778**

Solutions des récréations scientifiques

1. PUISSANCES ANGLAISES, PROPOSÉ PAR ROLAND MONET (X51)

Les termes de cette suite croissent très vite, mais il nous suffira de déterminer les c derniers chiffres, donc le reste du terme modulo 10^c.

Modulo 10^c, on peut remplacer 3^d par 1 si d est multiple de 2^{c-1} et de $5^{c-1}.4$; ainsi 10 divise $3^4 - 1$, 100 divise $3^{20} - 1$, 1000 divise $3^{100} - 1$, et ainsi de suite, en gagnant une puissance de 10 à chaque fois.

$t_0 = 3$, $t_1 = 3^3 = 27$; dans $t_2 = 3^{27}$ modulo 100, je peux ne garder que $3^7 = 2187$ et t_2 se termine par 87. Pour obtenir t_3 modulo 1000, je peux remplacer $3^{\cdots 87}$ par $3^{87} = 27^{29}$: sur mon tableur, 29 multiplications par 27 en ne gardant que les restes modulo 1000 montrent que t_3 se termine par 387.

Je remarque que le chiffre 7 de t_1 se retrouve dans les termes suivants ; cette régularité modulo 10 tient au reste des t_k modulo 4, qui est 3 car les t_k sont impairs. De même, la fin 87 de t_2 se retrouve dans t_3 ; comme la différence $d = t_2 - t_1$ est multiple de 20, $t_3/t_2 = 3^d = \ldots 01$. Cette propriété se poursuit : t_4/t_3 est 3 à la puissance $t_3 - t_2$, multiple de 100, ainsi $t_4/t_3 = \ldots 001$ et t_4 se termine par 387, et ainsi de suite. Les c derniers chiffres de t_k sont ceux de t_c si $k > c$. Pour $c = 10$, c'est la propriété b/ de l'énoncé.

2. CENTRES ET BARYCENTRE

Notant r, r_A, r_B, r_C les rayons des centres des cercles inscrit et exinscrits du triangle ABC, la distance au côté BC de l'isobarycentre P des quatre centres (comptée positivement du côté de A) est $(r - r_A + r_B + r_C)/4$. Par les formules de Lazare Carnot : $r/R = -1 + \cos A + \cos B + \cos C$, $r_A/R = 1 - \cos A + \cos B + \cos C, \ldots$ Ainsi P est à la distance $R \cos A$ de BC, comme O, centre du cercle circonscrit ; OP est parallèle à BC, mais aussi, par un argument similaire, aux autres côtés du triangle : P est confondu avec O.

3. PROGRESSION RATIONNELLE

Dans une progression géométrique, chaque terme est moyenne géométrique des 2 termes qui l'encadrent.
$0 = (q + b)^2 - (q + a)(q + c) = q(2b - a - c) + b^2 - ac$,
d'où $q = (ac - b^2)/(2b - a - c)$, rationnel.

POST-SCRIPTUM À « ENVELOPPE POUR UN TRIANGLE »
(*LA JAUNE ET LA ROUGE* DE JUIN-JUILLET 2022)

Pierre Leteurtre (X55) construit le point caractéristique de BC avec un triangle auxiliaire $A'B'C'$ semblable à ABC, $B'C'$ sur BC, $C'A'$ par O_b, $A'B'$ par O_c.

Bernard Legrand (X61) recourt à la cinématique : les trois normales à BC, CA, AB aux points de contact sont concourantes au centre instantané de rotation I ; de celui-ci on voit le segment O_bO_c sous l'angle A du triangle ABC, et I parcourt l'arc capable qui est le cercle circonscrit au triangle $O_aO_bO_c$. Selon la position de AB et AC par rapport à (O_c) et (O_b), BC enveloppe différents cercles de centre O_a.

Solution du bridge

Sud a un bon jeu pour vous. Vous dites donc 4♦ (blackwood à trèfle).
Sud répond 4 SA , soit 2 clés, et vous concluez à 6♣.

Sud	
♠	A R D 5
♥	8 4
♦	9 5 2
♣	A 10 7 4

Solution du Kakuro

	4	2	5	1		6	1	3
	1	3	8	2		3	2	1
	3	1	4	6	2	9	7	5
			7	5	3	1	4	2
	7	2	1	3	4	5		
	6	7	3	4	5	8	1	2
	2	1	6		6	4	2	1
	1	3	2		1	2	4	3

Solution du Rikudo